

Abschlussprüfung 2014

Mathematik

Kandidatennummer: _____

Name: _____

Vorname: _____

Material Arbeitsblätter, Häuschenblätter

Hilfsmittel netzunabhängiger, nicht programmierbarer Taschenrechner, Formelblatt

Zeit 150 Minuten

Hinweise

- Beschriften Sie **alle** Häuschenblätter, welche Sie benutzen, mit Ihrem Namen und Vornamen.
- Sie müssen nicht der Reihe nach arbeiten. Kennzeichnen Sie aber jede Aufgabe mit der entsprechenden Nummer.
- Der Lösungsweg muss überall übersichtlich dargestellt werden; unbelegte Resultate werden nicht berücksichtigt!
- Mehrfachlösungen sind nicht gestattet; Ungültiges ist deutlich zu streichen. Die gültigen Endergebnisse sind deutlich zu kennzeichnen.
- Die Lösungen und Lösungswege sind auf die bereitgelegten Häuschenblätter zu schreiben, nur die Grafiken werden direkt auf den Aufgabenblättern erstellt.

Bewertung

Aufgabe	mögliche Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	11	
2	14	
3	15	
4	17	
5	11	
6	6	
7	13	
8	13	
8 Aufgaben	100	

Note: _____

Unterschrift ExpertIn 1

Unterschrift ExpertIn 2

Name: _____

Vorname: _____

VIEL GLÜCK!



1. Lineare Gleichungssysteme (___/11)

Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge des folgenden Gleichungssystems in der Grundmenge $\mathbb{G} = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{x}{4x+6} - \frac{1}{4} = \frac{6x}{2xy+3y} \\ \frac{x+3}{x-2} = \frac{y-10}{y-5} \end{array} \right|$$

2. Gleichungen und Ungleichungen (___/14)

- a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Wurzelgleichung mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}$. (6)

$$\sqrt{5x+1} - \sqrt{7-x} = 2$$

- b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge folgender Exponentialgleichung mit $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$. (3)

$$\sqrt{8^{3x+2}} = 4^{x-1}$$

- c) Geben Sie die Lösungsmenge der folgenden Logarithmengleichung mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}$ an. (5)

$$\log_5(3x-7) + \log_5(6x+1) = 3$$

3. Quadratische Funktionen (___/15)

Gegeben ist die Funktion der Parabel mit $p: y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{13}{3}$

und eine Gerade g , welche durch die Punkte $P(-7/2)$ und $Q(10/-15)$ geht.

(Resultate, welche nicht ganzzahlig sind, sollen auf eine Dezimalstelle genau angegeben werden.)

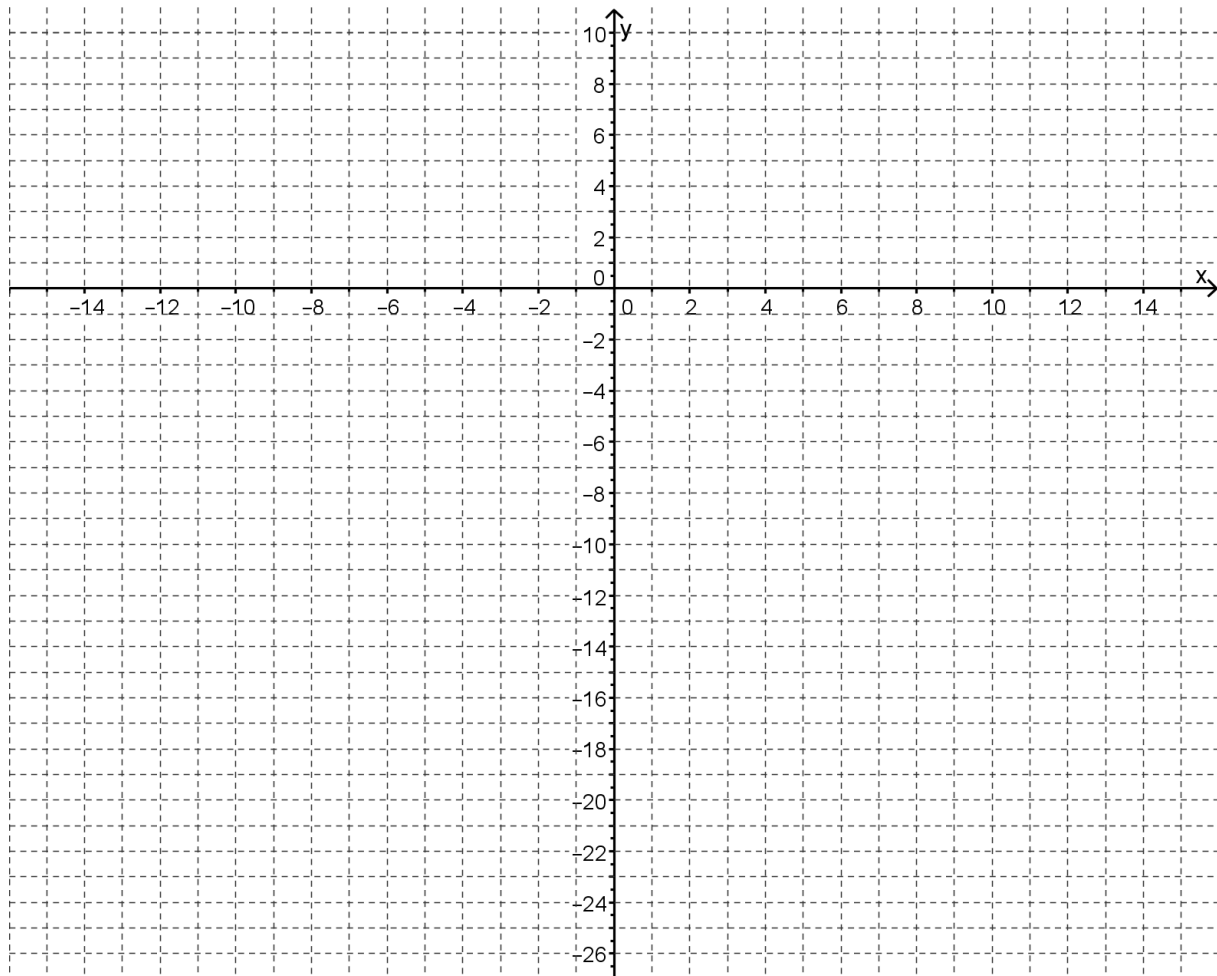
- a) Bestimmen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes und der Nullstellen der Parabel, sowie die Koordinaten ihres Schnittpunktes mit der y -Achse. (5)

- b) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden. (2)

Falls Sie b) nicht lösen konnten, gehen Sie für alle weiteren Teilaufgaben von der Geraden mit der Gleichung $g: y = \frac{3}{2}x - 4$ aus.

- c) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte der beiden Funktionen. (4)

- d) Zeichnen Sie die Graphen der beiden Funktionen in das nachfolgende Koordinatensystem ein. Tragen Sie alle berechneten Punkte ein und beschriften Sie sie. (4)



4. Lineare Optimierung

(___/17)

Die Firma Bikedream möchte gerne in den Markt der E-Bikes einsteigen. Dabei will sie eine Damenversion (x) und eine Herrenversion (y) produzieren.

Für die gesamte E-Bike-Sparte will die Firma mindestens CHF 1'800'000.— investieren, wobei ein Damenrad Kosten von CHF 210.— und dasjenige der Herren solche von CHF 180.— pro Stück verursacht.

Im Ganzen hat Bikedream höchstens 240'000 Arbeitsstunden für die E-Bike-Sparte zur Verfügung. Man hat errechnet, dass ein Herrenrad 20 Stunden und ein Damenrad 18 Stunden Arbeit verursacht.

Weiter braucht ein Damenrad für den Rahmen 5 kg Grundmaterial und bei der Herrenversion sind es 6 kg davon. Der Lieferant von diesem Grundmaterial will aber nur einsteigen, wenn er mindestens 15 Tonnen liefern kann.

Man ist sich auch sicher, dass man höchstens drei Mal so viele Damen- wie Herrenräder benötigt.

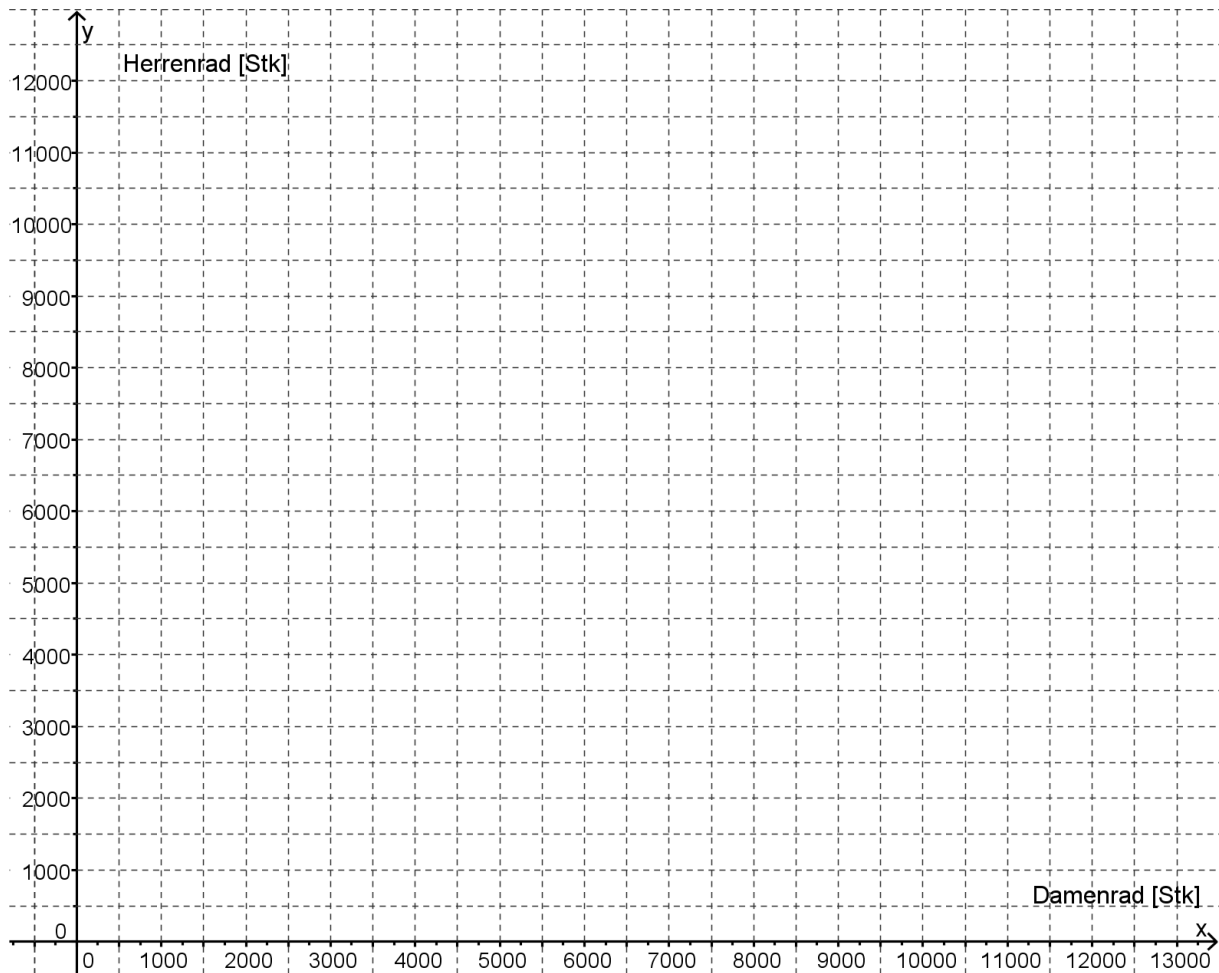
Wegen der Auslastung der Abteilungen müssen aber mindestens ein Fünftel so viele Herren wie Damenräder hergestellt werden.

Der Gewinn bei einem Herrenrad liegt bei CHF 600.— und beim Damenrad bei CHF 800.—.

- a) Erstellen Sie für Bikedream die Definitionen und das Ungleichungssystem (keine Umformungen verlangt). (5)
- b) Erstellen Sie die Zielfunktion für den maximalen Gewinn. (1)
- c) Durch Veränderungen am Markt ergeben sich für Bikedream neu folgende Definitionen, Ungleichungssysteme und Zielfunktion für den maximalen Gewinn:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}: y &\leq -\frac{3}{5}x + 12'500; & \mathbf{b}: y &\geq -\frac{5}{3}x + 10'000; & \mathbf{c}: y &\geq -\frac{1}{6}x + 5'000; & \mathbf{d}: y &\geq \frac{2}{5}x; \\ \mathbf{e}: y &\leq 4x; & \mathbf{Z} &= 900x + 400y; & \mathbf{G} &= \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \end{aligned}$$

Zeichnen Sie die Situation in das unten folgende Koordinatensystem ein, kennzeichnen Sie das Planungspolygon und bestimmen Sie mit Hilfe von z_0 den Punkt für die Produktion mit maximalem Gewinn. (8)



- d) **Berechnen** Sie $P_{\max}$ und den dazugehörigen maximalen Gewinn? (3)

5. Finanzmathematik**(___/11)**

- a) Curdin legt am Anfang des Jahres 2002 CHF 150'000.— auf der Bank an. In den ersten 5 Jahren beträgt der Zinssatz 1.25%, danach 0.75%. Anfangs 2009 erbt er von seinem Patenonkel einen bestimmten Betrag, welchen er auf das gleiche Konto einbezahlt. Anfangs 2014 beträgt der Saldo auf seinem Konto CHF 214'895.90. Wie gross war das Erbe? (4)
- b) Curdin hat noch ein anderes Konto, das ihm seine Patentante zu seiner Geburt mit einem Saldo von CHF 40'000.— geschenkt hat und welches er so lange unangetastet lassen möchte, bis er sich von den Zinsen jedes Jahr eine einfache Ferienreise gönnen kann, ohne dass der Saldo kleiner wird. Wie viele Jahre muss er warten, wenn er mit CHF 750.— für die Reise und mit einem durchschnittlichen Zinssatz von 1.5% rechnet? (4)
- c) Zu welchem Prozentsatz wird eine Maschine jährlich degressiv abgeschrieben, wenn sie neu CHF 450'000.— gekostet hat und ihr Buchwert nach 15 Jahren noch CHF 60'720.20 beträgt? (3)

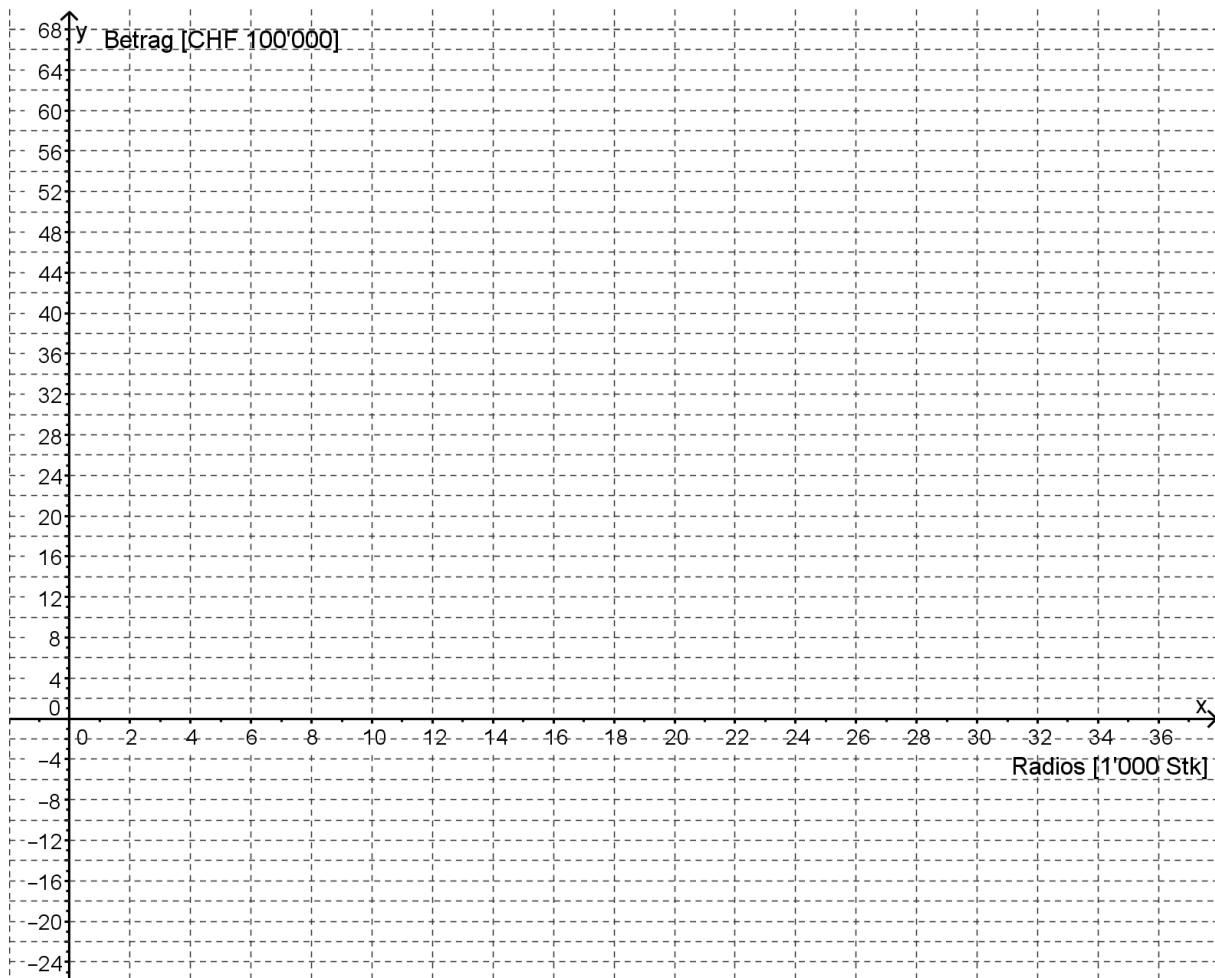
6. Textaufgaben**(___/6)**

Zwei Kapitalien ergeben in 5 Monaten zusammen CHF 433.75 Zinsen. Dabei wird das erste Kapital zu 2% und das zweite zu 1.5% verzinst. Vertauscht man die Zinssätze, so ergeben die beiden in der gleichen Zeit zusammen CHF 458.75 Zinsen. Wie gross sind die beiden Kapitalien?

7. Lineare Funktionen**(___/13)**

Bei der Herstellung eines neuen DAB⁺-Radiogerätes entstehen Fixkosten von CHF 2'400'000.—. Das Gerät soll am Markt für CHF 180.— das Stück verkauft werden. Dazu will die Firma bei 30'000 Stück Break-even (Gewinnschwelle) erreichen.

- a) Erstellen Sie die Gleichungen für die Kosten-, Erlös- und Gewinnfunktion. (5)
- (Falls Sie a) nicht lösen konnten, nehmen Sie für alle weiteren Teilaufgaben folgende Funktionen: $y_e = 200x$; $y_k = 140x + 2'000'000$ und $y_g = 60x - 2'000'000$.)
- b) Zeichnen Sie den Sachverhalt in das auf der nächsten Seite folgende Koordinatensystem ein. (3)
- c) Wie viele Radios muss die Firma absetzen, wenn sie im nächsten Jahr mindestens einen Gewinn von CHF 1'395'520 machen will? (2)



- d) Durch eine Rohstoffknappheit steigen die variablen Kosten um 20%. Wie teuer muss die Firma das Gerät nun verkaufen, wenn sie Break-even spätestens bei einer Stückzahl von 32'000 erreichen will? (3)

8. Algebraische Umformungen (___/13)

- a) Fassen Sie den folgenden Term zu einem einzigen Logarithmus zusammen und vereinfachen Sie: (4)

$$\log_c(a^2 - 4b^2) - \log_c(a - 2b) - \log_c(ac^2 + 2bc^2)$$

- b) Vereinfachen Sie: (5)

$$\frac{\frac{3}{x-y} - \frac{2}{2x+y}}{\frac{16x^2 - 25y^2}{2x^2 - xy - y^2}}$$

- c) Vereinfachen Sie: (4)

$$\sqrt[3]{a^2 \cdot \sqrt{\frac{1}{ab^3}} \cdot a \cdot \sqrt[10]{b^3 \cdot (a^{-5}b)^2}}$$